

## Cours rhéologie – Exercices session 6

### Réponses numériques en bleu

#### 6.1. Écoulement de pétrole (1)

On considère du pétrole, de densité  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$  et de viscosité cinématique  $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ , qui circule dans une conduite cylindrique, avec un débit  $Q = 0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ . La longueur du tuyau est de  $L = 500 \text{ m}$ , le diamètre  $D = 200 \text{ mm}$ , et le tuyau est en fonte (*cast iron*) avec une rugosité  $\varepsilon = 0.26 \text{ mm}$ . Le tuyau est en pente, avec un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Calculez :

- a) le nombre de Reynolds de l'écoulement ( $Re_D = 127'324$ )
- b) la hauteur piézométrique  $h_f$  ( $h_f = 117.4 \text{ m}$ )
- c) La chute de pression  $\Delta P$ , en prenant une pente  $\alpha = 10^\circ$  ( $\Delta P = 2.65 \text{ bars}$ )

#### 6.2. Écoulement de pétrole (2)

Encore du pétrole, de densité  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$  et de viscosité cinématique  $\nu = 2.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ , dans une conduite cylindrique de diamètre  $D = 30 \text{ cm}$ , de longueur  $L = 100 \text{ m}$ . Cette fois, on connaît la hauteur piézométrique  $h_f = 8 \text{ m}$ , et on donne  $\varepsilon/D = 0.0002$ . Trouvez la vitesse moyenne  $V$  et le débit  $Q$  attendus.

$V = 4.84 \text{ m/s}$  et  $Q = 0.342 \text{ m}^3/\text{s}$

#### 6.3. Revêtement d'une galerie souterraine

On considère une galerie de 4 km de long, qui doit transporter de l'eau vers une centrale hydroélectrique avec un débit  $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$ . Le diamètre de la galerie brute de perforation est  $D = 6 \text{ m}$ , et la rugosité est  $\varepsilon = 0.6 \text{ m}$  à cause des aspérités dans la roche brute de découpage. On propose de revêtir la galerie de béton pour un coût matériau et application de 1000 CHF/m<sup>3</sup>. La rugosité de ce revêtement serait alors telle que le coefficient  $f'$  deviendrait égal à 0.02, mais le diamètre serait réduit à  $D' = 4.8 \text{ m}$ . Le coût engendré ne devrait pas dépasser 10 fois l'économie annuelle d'énergie (sur la base de 0.55 CHF/kWh et un fonctionnement de 3000 h par an).

Chiffrez si cela vaut la peine ou non de revêtir la galerie. Pour cela, il faut évaluer la puissance utile pour remplir les conditions de débit du réseau quand la galerie est brute ou revêtue, donnée par :  $W = \Delta P \times Q = \rho g h_f \times Q$ .

Economie annuelle sur la facture électrique avec galerie revêtue : 3'204'300 CHF

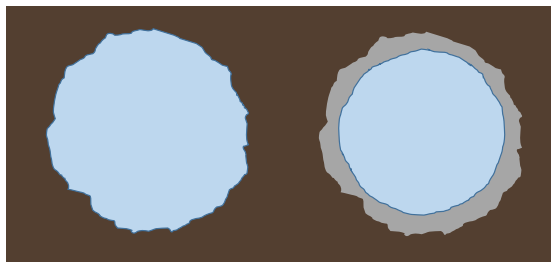


Figure 6.1. Profils des deux galeries, sans, et avec un revêtement de béton.

#### 6.4. Écoulement autour d'un pilier carré

On considère le pilier de pont carré immergé dans l'eau comme schématisé à la Figure 6.2. La hauteur du pilier est  $L = 20$  m et sa largeur est  $h = 30$  cm. L'eau s'écoule avec une vitesse de 5 m/s. On suppose que le côté plat du pilier est face à l'écoulement (comme ne le montre pas très bien la figure).

a) Estimez la contrainte en flexion maximale  $S$  exercée par l'écoulement sur le pilier, en prenant l'hypothèse qu'il est encastré en haut et en bas.

$$S = 58.3 \text{ MPa}$$

b) Si on tourne le pilier de  $45^\circ$  afin de diminuer le coefficient de traînée, est-ce favorable pour diminuer la contrainte en flexion maximale ?

$$S = 88.9 \text{ MPa}$$

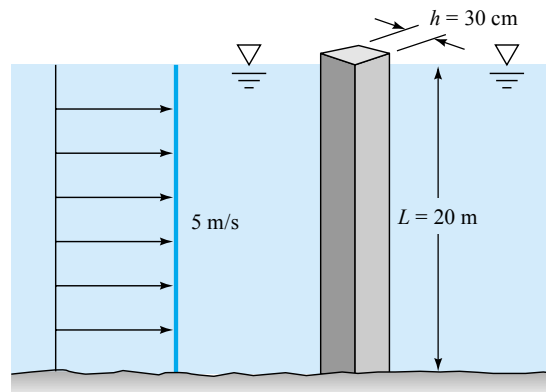


Figure 6.2. Schéma du problème d'écoulement autour d'un pilier de section carrée.

#### 6.5. Mixer rotatif

Un mixer rotatif est formé de deux demi-tubes de 1 m de long et de diamètre 5 cm, qui tournent autour d'un arbre central (Figure 6.3). En utilisant le coefficient de traînée pour cette géométrie, trouvez une expression pour le couple  $M$  nécessaire pour faire tourner le mixer à une vitesse angulaire  $\Omega$  dans un fluide de densité  $\rho$ . On suppose que le fluide est de l'eau à  $20^\circ\text{C}$  et que la puissance maximale est 20 kW. Quelle est la vitesse de rotation maximale  $\Omega_{\max}$  du mixer, en tours/minute ?

$$\Omega_{\max} = 85 \text{ tours/minute}$$

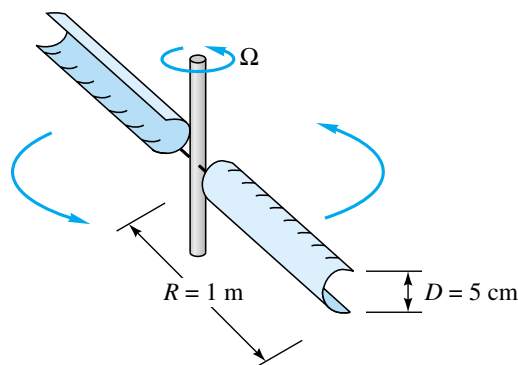


Figure 6.3. Schéma du mixer rotatif.

## 6.6. Analyse dimensionnelle d'un copépode

Un copépode est un petit crustacé qui vit dans la mer et qui fait environ 1 mm de diamètre. La Figure 6.4 illustre ce type de créatures. On veut connaître la force qui s'exerce sur le copépode quand il est dans un flux d'eau. On fait un modèle 100 fois plus grand que l'on teste dans un bassin de laboratoire avec de la glycérine qui s'écoule à une vitesse de 30 cm/s. On mesure la force sur le modèle qui est de 1.3 N. Quelles seraient la vitesse de l'eau de mer  $V_c$  et la force sur le crustacé  $F_c$  dans des conditions de similarité ? On se base sur le nombre de Reynolds et le coefficient de force adimensionnel  $C_F$  (équation 8.43 du polycopié).

On donne :

Eau de mer	viscosité $1.07 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, densité $1023 \text{ kg/m}^3$
Glycérine	viscosité 1.5 Pa.s, densité $1263 \text{ kg/m}^3$

$V_c = 2.65 \text{ cm/s}$  et  $F_c = 8.19 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

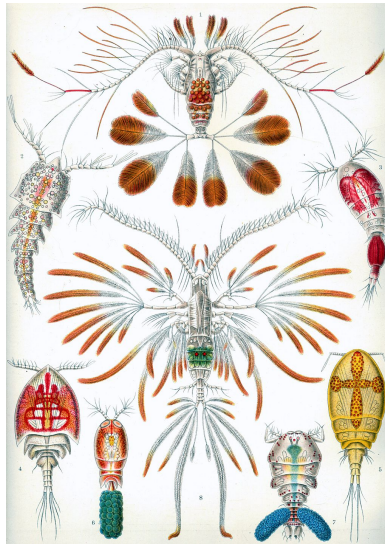


Figure 6.4. Variétés de crustacés.